по отношению к окружности (III, 35—37). Теоремы эти употребляются для построения равнобедренного треугольника, в котором угол у вершины равен половине угла у основания (IV, 10), причем оказывается, что основание является тогда стороной правильного пятиугольника, вписанного в ту же окружность, что и данный треугольник (IV, 11).

В пятой книге излагается теория пропорций Эвдокса, а в шестой — приложения ее к геометрии и к расширению области геометрической алгебры. Здесь снова появляются задачи о построении средних пропорциональных и о делении отрезка в среднем и крайнем отношении, решенные уже во второй книге с помощью ресурсов геометрической алгебры, но теперь они решаются (VI, 13 и 30) с помощью теории пропорций.

Мы не знаем, какие из содержащихся в этих книгах теорем и доказательств принадлежали Эвдоксу и какие связаны были раньше с менее развитой теорией пропорций. Но, во всяком случае, Эвклиду принадлежит честь систематического расположения всего этого материала.

Однако он не включил сюда специальной теории рациональных величин и целых чисел, посредством отношений которых выражаются эти величины. Теорию эту он излагает в VII—IX книгах, т. е. после общей теории пропорций, но не основывая ее на последней. Доказательства здесь, вероятно, те самые, какими пользовались до Эвдокса, но результаты которых распространили затем на иррациональные величины.

Что касается иррациональных величин, то они, в свою очередь, рассматриваются в десятой книге. Здесь находится и классификация их, начатая Теэтэтом (см. выше, стр. 51), но законченная Эвклидом. Наиболее самостоятельная часть работы Эвклида заключалась, несомненно, в этом и в применении указанной классификации к определению ребер правильных многогранников.

Но эта последняя задача предполагала развитие учения об элементарной стереометрии, составляющего содержание одиннадцатой книги. Здесь вычисление объема пирамиды требует обращения к доказательству с помощью бесконечно-малых и пределов, которое получают в замаскированном виде посредством эвдоксова метода исчерпывания, употребляемого с этой целью в двенадцатой книге, но предварительно использованного для доказательства теоремы, что площади двух кругов пропорциональны квадратам, построенным на их диаметрах. Определение элементов правильных многогранников дается только в тринадцатой книге.

Нетрудно видеть, что однородные вопросы, как, например, теория иррациональных величин, и сходные методы, как приложения доказательства с помощью исчерпывания, до известной степени объединены между собой. Однако объединение это является, отчасти, результатом предшествующего исторического развития; для Эвклида во всяком случае оно имеет второстепенное значение и подчинено следующим соображениям: в связи со строгими логическими принципами, развитыми в предыдущую эпоху и